

Jednoduché kombinatorické úlohy

Příklady

- ⑦ Z A do B vedou 4 cesty, z B do C vedou 3 cesty. Určete počet způsobů, jimiž lze vybrat cestu z A do C a zpět

a) libovolně



$$p_{AC} = 4 \cdot 3 = 12 \quad \text{ke každé z 12 TAM ex. 12 zp. ZPĚT}$$

$$p_{CA} = 4 \cdot 3 = 12 \quad p = p_1 \cdot p_2 = 12 \cdot 12 = 144$$

b) žádná ze 7 cest se nesmí použít dvakrát



cestu TAM už nesmíme zpět použít

$$\text{TAM } p_1 = 4 \cdot 3 = 12 \quad \text{ZPĚT } p_2 = 2 \cdot 3 = 6$$

ke každé z 12 cest TAM ex. 6 ZPĚT $\Rightarrow p = p_1 \cdot p_2 = 12 \cdot 6 = 72 \text{ zp.}$

c) právě 2 použijeme 2krát



$$\text{TAM } p_1 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{ZPĚT (po stejné) } p_2 = 1 \text{ zp. (cesta TAM)} \quad p = p_1 \cdot p_2 = 12 \cdot 1 = 12 \text{ zp.}$$

d) právě jednu použijeme 2krát



$$\text{TAM } p_1 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{ZPĚT (C} \rightarrow \text{B stejnou } \underline{a} \text{ B} \rightarrow \text{A různou) nebo (C} \rightarrow \text{B různou } \underline{a} \text{ B} \rightarrow \text{A stejnou)}$$

$$p_2 = 1 \cdot (4 - 1) + (3 - 1) \cdot 1$$

$$p_2 = 3 + 2 = 5$$

$$p = p_1 + p_2 = 12 + 5 = 17 \text{ zp.}$$

- ⑧ Na vrchol hory vedou 4 turistické cesty a lanovka. Kolika způsoby se lze dostat tam a zpět tak, že

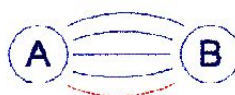
a) na výběr cesty není žádné omezení



$$\text{TAM } p_1 = 5$$

$$\underline{a} \text{ ZPĚT } p_2 = 5 \quad p = p_1 \cdot p_2 = 5 \cdot 5 = 25 \text{ zp.}$$

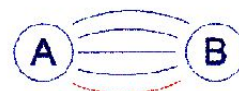
b) zpáteční cesta je jiná než na vrchol



$$\begin{aligned} \text{TAM} \quad p_1 &= 5 \\ \text{a ZPĚT} \quad p_2 &= (5 - 1) = 4 \quad p = p_1 \cdot p_2 = 5 \cdot 4 = 20 \text{ zp.} \end{aligned}$$

c) lanovka bude použita alespoň jednou

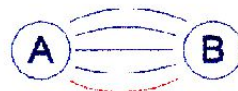
$$\begin{aligned} &\text{a} \quad \text{nebo} \quad \text{a} \quad \text{nebo} \quad \text{a} \\ &(\text{tam TC} \wedge \text{zpět L}) \vee (\text{tam L} \wedge \text{zpět TC}) \vee (\text{tam L} \wedge \text{zpět L}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} p_1 &= 4 \cdot 1 \quad p_2 = 1 \cdot 4 \quad p_3 = 1 \cdot 1 \\ p &= p_1 + p_2 + p_3 = 4 + 4 + 1 = 9 \end{aligned}$$

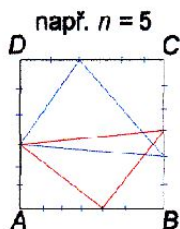
d) lanovka bude použita právě jednou

$$\begin{aligned} &\text{a} \quad \text{nebo} \quad \text{a} \\ &(\text{tam TC} \wedge \text{zpět L}) \vee (\text{tam L} \wedge \text{zpět TC}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} p_1 &= 4 \cdot 1 \quad p_2 = 1 \cdot 4 \\ p &= p_1 + p_2 = 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

⑨ Ve čtverci ABCD je na každé straně n vnitřních bodů. Kolik různých $\triangle XYZ$ lze sestavit z těchto bodů, jestliže každý vrchol leží na jiné straně.

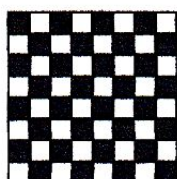


$$\begin{aligned} &\text{bod } X \dots 4n \text{ zp. } [4 \cdot 5] \\ &\Rightarrow \text{bod } Y \dots 3n \text{ zp. } [3 \cdot 5] \quad (\text{už jen ze 3 stran}) \\ &\Rightarrow \text{bod } Z \dots 2n \text{ zp. } [2 \cdot 5] \quad (\text{už jen ze 2 stran}) \\ &p' = 4n \cdot 3n \cdot 2n = 24n^3 \quad \text{!ALE některé body určují stejný } \Delta \end{aligned}$$

($\triangle XYZ = \triangle XZY = \triangle YXZ = \triangle YZX = \triangle ZXY = \triangle ZYX$: vždy 6 trojic bodů určuje stejný Δ)

$$p = \frac{p'}{6} = \frac{24n^3}{6} = 4n^3$$

⑩ Kolika způsoby lze vybrat 2 různobarevná políčka na šachovnici (8×8) tak, aby obě neležela v téže řadě ani v témže sloupci.



64 políček, 32 černých, 32 bílých

vybereme 1 černé z 32 a 1 bílé z 24 = $(32 - 4 - 4)$

(32 bez 4 bílých v řadě a 4 bílých ve sloupci)

$$p = p_1 \cdot p_2 = 32 \cdot 24 = 768 \text{ zp.}$$